

EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM  
PEDAGÓGIAI ÉS PSZICHOLÓGIAI KAR

**Petia Kojouharova**

**A NUMERIKUS TÁVOLSÁGHATÁS ÉS NAGYSÁGHATÁS A  
SZIMBOLIKUS NUMERIKUS MEGISMERÉSBEN**

– PhD téziszfüzet –

PSZICHOLÓGIAI DOKTORI ISKOLA

A doktori iskola vezetője: Demetrovics Zsolt, PhD, Dsc

KOGNITÍV PSZICHOLÓGIA PROGRAM

Programvezető: Király Ildikó, PhD

Témavezető: Krajcsi Attila, PhD



Budapest, 2019

## Bevezetés

A disszertáció a távolsághatás és a nagysághatás forrását vizsgálja a szimbolikus numerikus megismerésben. A távolsághatás azt jelenti, hogy ha két számról kell eldönteni, hogy melyik a nagyobb, akkor minél kisebb a számtani távolság a két szám között, annál gyorsabb a válaszadás és annál kevesebb a hiba. A nagysághatás azt jelenti, hogy a teljesítmény jobb, ha kisebb számokat kell összehasonlítani (1. ábra). Mindkét hatást először Moyer és Landauer (1967) írták le, ahol azt is feltételezték, hogy a szimbolikus számok összehasonlítása pszichofizikai törvények szerint működik. Későbbi kutatások csecsemőkkel (Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004), állatokkal (Hauser & Spelke, 2004), és számszavak nélküli kultúrákban (Pica, Lemer, Izard, & Dehaene, 2004) egy olyan rendszerre utaltak, amely veleszületett, folytonos, zajos és több fajnál megtalálható: az Analóg Mennyiség Rendszer (AMR). Az AMR a Weber-törvény szerint működik mind a szimbolikus (pl. indo-arab számok) mind a nem szimbolikus (pl. pontthalmazok) numerikus feldolgozás során egyaránt (Cantlon, Platt, & Brannon, 2009; Dehaene, 1992). A távolság- és a nagysághatást hagyományosan az AMR mutatóiként értelmezik, és mindkét hatás forrásának a két szám arányát feltételezik.

Újabb kutatások más magyarázatot támogatnak a szimbolikus numerikus megismeréssel kapcsolatban: A szimbolikus és nem szimbolikus összehasonlítási feladatokban nyújtott teljesítmény nem korrelál gyerekeknél (pl. Holloway & Ansari, 2009), a távolság- és a nagysághatás nem korrelál szimbolikus számoknál, csak nem szimbolikus számoknál (Krajcsi, 2016), távolsághatás nem csak numerikus ingerek esetében mutatható ki (Vigliocco, Vinson, Damian, & Levelt, 2002). Egy alternatív magyarázat a Diszkrét Szemantikus Rendszer (DSZR) (Krajcsi, Lengyel, & Kojouharova, 2016), amely a mentális lexikonhoz vagy egy szemantikai hálózathoz hasonlóan működik. A DSZR a számokat csomópontokként tárolja, és a különböző feladathelyzetekben megfigyelhető hatásokat a csomópontok közti szemantikai kapcsolatokkal magyarázza, vagyis a kapcsolatok súlyaival. Hasonló modellek fellelhetők a szakirodalomban (pl. a delta-konnekcionista modell, Verguts, Fias, & Stevens, 2005; Verguts & Van Opstal, 2014).

A modellek összehasonlításához a hatások forrásait vizsgáltuk. Ennek érdekében, az egyik legelterjedtebb kísérleti paradigma, a numerikus összehasonlítási feladatot használtuk. A leggyakoribb változatában két szám közül kell kiválasztani a nagyobbat. Az AMR és a DSZR predikciói alapján felállított kvantitatív modelleket lineárisan illesztettük az eredményül kapott hibaarányhoz, reakcióidőhöz és sodródási rátához (Ratcliff & McKoon, 2008; Smith & Ratcliff, 2004; Wagenmakers, Van Der Maas, & Grasman, 2007) a teljes ingertérben (2. ábra).

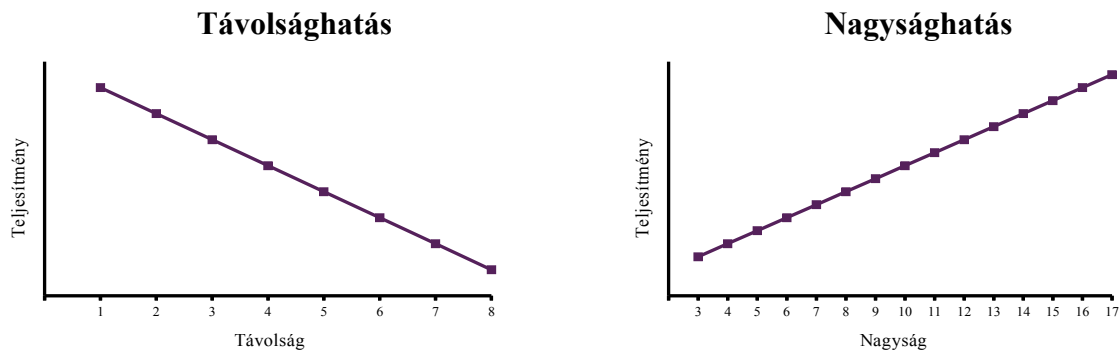
## Célok

A bemutatott tézis tanulmányokban (1. táblázat) a célok a következők voltak:

1. Megvizsgálni azt, hogy egy alternatív modell (DSZR) jobb leírást ad-e a numerikus összehasonlítási adatokra szimbolikus számok esetében, mint az AMR (1. tézis tanulmány, 1. kísérlet);
2. Megvizsgálni a gyakoriságot (mint a nagyságthatás lehetséges forrását) úgy, hogy újonnan tanult mesterséges szimbólumok (amelyekre nincs előzetes tapasztalat) gyakoriságát manipuláltuk. (1. tézis tanulmány, 2. és 3. kísérlet);
3. Megvizsgálni a számok és a „kicsi-nagy” tulajdonságok közötti asszociációkat (mint a távolságthatás lehetséges forrását) úgy, hogy egy új, mesterséges számokból álló sorozatban a számok közötti távolságot manipuláltuk (2. tézis tanulmány);
4. Megvizsgálni azt, hogy megváltoztathatók-e a számok és a „kicsi-nagy” tulajdonságok közötti asszociációk az indo-arab számok esetében az összehasonlítási feladatban egy ülésen belül (3. tézis tanulmány);
5. Megvizsgálni azt, hogy a nagyságthatás hasonló rugalmasságot mutat-e az indo-arab számok esetében úgy, hogy a számok bemutatásának gyakoriságát manipuláltuk egy ülésen belül (3. és 4. tézis tanulmány);
6. Megvizsgálni azt, hogy a távolságthatás és a nagyságthatás egymástól függetlenül változik-e (az összes tézis tanulmány);
7. Általánosabban, az összes bemutatott tanulmány célja a numerikus megismerés két javasolt modelljének, az AMR-nek és a DSZR-nek a szembeállítását szimbolikus számok esetében. Így a numerikus távolságthatás és nagyságthatás forrásait vizsgáltuk, hogy konzisztensek-e az egyik vagy a másik modellel, és ez alapján vontunk le következtetéseket a két modellel kapcsolatban.

*1. táblázat Összefoglaló a tanulmányokban szereplő hatásokról és jelölésekről.*

	Távolságthatás	Nagyságthatás
Új szimbólumok	Tézis tanulmány 2	Tézis tanulmány 1
Arab számok	Tézis tanulmány 3	Tézis tanulmány 4



1. ábra A távolsághatás (bal oldal) azt mutatja, hogy romlik a teljesítmény, ahogy csökken a számok közötti távolság. Az  $x$  tengelyen a két szám abszolút különbsége látható. A nagysághatás (jobb oldal) rosszabb teljesítményt jelent nagyobb számoknál. Az  $x$  tengelyen a két szám összege található. A teljesítmény az  $y$  tengelyen hibaarányt vagy reakcióidőt jelez.

**Teljes ingertér**

1. szám

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
2. szám	1		0.3	0.2	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
	2	0.3		0.5	0.3	0.2	0.2	0.1	0.1	0.1
	3	0.2	0.5		0.6	0.4	0.3	0.2	0.2	0.2
	4	0.1	0.3	0.6		0.7	0.5	0.4	0.3	0.3
	5	0.1	0.2	0.4	0.7		0.8	0.5	0.4	0.4
	6	0.1	0.2	0.3	0.5	0.8		0.8	0.6	0.5
	7	0.1	0.1	0.2	0.4	0.5	0.8		0.9	0.7
	8	0.1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.9		1.0
	9	0.1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.7	1.0	

2. ábra A teljes ingertér szemléltetése. Az oszlopok az összehasonlítandó számpár egyik tagját jelzik, a sorok a másikat, a cellák pedig az elvárt teljesítményt. A sötétebb árnyalat rosszabb teljesítményt jelez. A távolsághatás a főátlótól a jobb felső és bal alsó sarok felé javuló teljesítményben mutatkozik meg. A nagysághatást a főátló mentén mutatkozó teljesítményromlás mutatja, a bal felső saroktól a jobb alsó sarok felé. Az értékeket az  $a \times \log(\text{nagyobb}/\text{távolság}) + b$  alapján számoltuk ki, ahol  $a = 1$  és  $b = 0$ .

# 1. tézis tanulmány

## A szimbolikus távolsághatás és nagysághatás forrása

A kutatásnak két főbb célja volt. Az első egy új modell, a DSZR bemutatása a szimbolikus numerikus megismerésről, és annak közvetlen összehasonlítása a jelenlegi modellel, az AMR-rel (1. kísérlet). A második az összehasonlítási feladatban megfigyelhető nagysághatás forrásának felderítése – ez a jelenség vajon a két összehasonlítandó szám arányának a következménye, ahogyan az AMR állítja, vagy a számok mindennapi gyakoriságából származik, ahogyan a DSZR feltételezi (2. kísérlet). Új szimbólumokat használtunk az indo-arab számok helyett, mivel feltételezhető, hogy a már ismert szimbólumok gyakorisága túltanult. Előfeszítési feladattal azt kívántuk megmutatni, hogy az új szimbólumok kapcsolódnak az indo-arab számokhoz: Ha az előfeszítési távolság hatás (vagyis gyorsabb válaszok olyan célingerre, amely értékben közel van az előfeszítő ingerhez) megjelenik, akkor az új szimbólumok és az indo-arab számok szemantikailag kapcsolódnak egymáshoz. Egy harmadik kísérlet révén meggyőződünk arról, hogy a 2. kísérlet eredményeit nem befolyásolta külső változó, a szemantikai kongruencia hatás, (Leth-Steensen & Marley, 2000): Ha a feladat szerint a nagyobb számot kell kiválasztani, akkor a nagyobb számokra gyorsabb a válasz, amely a nagysághatást eltüntetheti (3. kísérlet).

Az első kísérletben 18 résztvevő (15 nő,  $M=21.5$  év,  $SD= 2.8$ ) az indo-arab számokból (1-től 9-ig) képezhető összes számpárt összehasonlította. Az AMR és a DSZR az AMR és a DSZR modell egyaránt leírható egyenletekkel, így a két modellt közvetlenül hasonlítottuk össze. Az AMR esetében a hibarányt, reakcióidőt és sodródási rátát leíró kvantitatív egyenletek elérhetőek a szakirodalomban (pl. Dehaene, 2007; Moyer & Landauer, 1967). A DSZR esetében nem volt elérhető leírás, de az ismert korlátoknak megfelelően (vagyis kell, hogy legyen távolsághatás a számok numerikus különbség függvényében és gyakoriság alapú nagysághatás) két verziót javasoltunk, amelyek tesztelhetők voltak az AMR-rel szemben. Átlag hibarányt, reakcióidőt és sodródási rátát számoltunk ki minden résztvevőre a teljes ingertérben. Az AMR és a DSZR kvantitatív predikcióit a csoportátlaghoz illesztettük. Az illesztés jóságához használt mutatók az  $R^2$  és az  $AIC$  volt. Minden illesztés esetében az  $R^2$  és az  $AIC$  értékei nagyon hasonlóak voltak, és az éppen alkalmazott kvantitatív leírástól függött, hogy a DSZR vagy az AMR illeszkedik-e jobban. Ezek alapján nem tudtunk különbséget tenni az AMR és a DSZR között. Ez következhet a modellek pontatlanságából vagy a túl magas jel-zaj arányból, ami miatt nem tárhatóak fel a

finom különbségek. Mindazonáltal megállapítható, hogy a a DSZR ugyanolyan valószínű modell, mint az AMR a szimbolikus számok feldolgozását illetően.

A második kísérletben új szimbólumok kerültek bemutatásra az egyjegyű indo-arab számok helyett. A résztvevők az új számszimbólumok megtanulása után az összehasonlítási feladatban hasonlították össze a lehetséges számpárokat. Két feltételt alkalmaztunk, az egyikben a mesterséges számokat egyenlő gyakorisággal mutattuk be, a másikban pedig ferde (az indo-arab számokhoz hasonló) gyakorisággal. Tizennégy résztvevő (11 nő,  $M=20.6$  év,  $SD=2.1$ ) adatait elemeztük az egyenlő gyakoriság feltételben, és tizenhárom résztvevő (13 nő,  $M=24.3$  év,  $SD=6.9$ ) adatait a ferde gyakoriság feltételben. Az ülés végén minden résztvevő előfeszítési feladatot végzett, amelyben az összes lehetséges új szimbólum – indo-arab szám számpárt mutattuk be, az új szimbólum az előfeszítő inger volt és az indo-arab szám a célinger.

A távolsághatás és a nagysághatás regresszorait minden résztvevő hibaarány és reakcióidő adataira illesztettük a teljes ingertérben a két feltételben, a meredekségüket a 0-tól való eltérésre teszteltük (3. ábra). A hipotézisünknek megfelelően a távolsághatás meredeksége szignifikánsan eltért mindkét feltételben a hibaarány és a reakcióidő esetében is. A nagysághatás meredeksége csak a ferde gyakoriság feltételben tért el szignifikánsan a nullától, és szignifikánsan nagyobb volt az egyenlő gyakoriság feltételben megfigyelhető meredekségnél. Így a nagysághatás a számok gyakorisága függvényében jelent meg.

Az előfeszítési feladat adatait az előfeszítési távolsághatás megjelenésére elemeztük. A leíró adatok kimutatták az elvárt előfeszítési távolsághatást, azonban az nem volt szignifikáns. A statisztikai szignifikancia hiánya bekövetkezhet a kis statisztikai erőből, ezért metaanalízist végeztünk öt mérés eredményeit felhasználva az előfeszítési távolsághatásról: a 2. kísérlet két csoportjának és három nem publikált kísérlet adatain. A metaanalízis megerősítette az előfeszítési távolsághatás jelenlétét.

A harmadik kísérlet 14 résztvevő (10 nő,  $M=25.4$  év,  $SD=6.9$ ) adatait vizsgáltuk meg az egyenlő gyakoriság feltételben. A 2. kísérlethez hasonló kísérleti eljárásban a kisebb számot kellett választani két szám közül. A nagysághatás meredeksége hasonló volt a 2. kísérlet egyenlő gyakoriság feltételéhez, valamint nem különbözött 0-tól, vagyis a szemantikai kongruencia hatás nem tüntette el a nagysághatást.

Összefoglalva, a DSZR modell ugyanolyan jól magyarázhatja a szimbolikus numerikus hatásokat mint az AMR modell, ahogy azt az összehasonlítási feladat viselkedéses adataira illesztett modell mutatja. A második kísérlet kimutatta, hogy a numerikus nagysághatás forrása a

számok gyakorisága, ahogyan a DSZR modell feltételezi. A távolsághatás és a nagysághatás disszociált. A következtetések a mesterséges szimbólumokon túl kiterjeszthetők más számjelölésekre, pl. az indo-arab számokra, mivel a DSZR parszimonikusabb magyarázatot ad a szimbolikus számok feldolgozását illetően, mint az AMR.

**AMR predikció**

**Egyenlő gyakoriság**

**Ferde gyakoriság**

		1. szám									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
2. szám	1		0.3	0.2	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
	2	0.3		0.5	0.3	0.2	0.2	0.1	0.1	0.1	
	3	0.2	0.5		0.6	0.4	0.3	0.2	0.2	0.2	
	4	0.1	0.3	0.6		0.7	0.5	0.4	0.3	0.3	
	5	0.1	0.2	0.4	0.7		0.8	0.5	0.4	0.4	
	6	0.1	0.2	0.3	0.5	0.8		0.8	0.6	0.5	
	7	0.1	0.1	0.2	0.4	0.5	0.8		0.9	0.7	
	8	0.1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.9		1.0	
	9	0.1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.7	1.0		

**DSZR predikció**

		1. szám									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
2. szám	1		1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2	1		1	2	3	4	5	6	7	8
	3	2	1		1	2	3	4	5	6	7
	4	3	2	1		1	2	3	4	5	6
	5	4	3	2	1		1	2	3	4	5
	6	5	4	3	2	1		1	2	3	4
	7	6	5	4	3	2	1		1	2	3
	8	7	6	5	4	3	2	1		1	2
	9	8	7	6	5	4	3	2	1		1

		1. szám								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
2. szám	1	1.9	2.1	2.5	2.8	3.2	3.5	3.9	4.3	4.7
	2	1.9	1.2	1.6	1.9	2.3	2.6	3.0	3.4	3.8
	3	2.1	1.2		1.0	1.3	1.7	2.1	2.5	2.8
	4	2.5	1.6	1.0		0.9	1.2	1.6	2.0	2.4
	5	2.8	1.9	1.3	0.9		0.8	1.1	1.5	1.9
	6	3.2	2.3	1.7	1.2	0.8		0.7	1.1	1.5
	7	3.5	2.6	2.1	1.6	1.1	0.7		0.7	1.1
	8	3.9	3.0	2.5	2.0	1.5	1.1	0.7		0.6
	9	4.3	3.4	2.8	2.4	1.9	1.5	1.1	0.6	

**Eredmények**

**Hibaarány**

		Jobb oldalon lévő szám									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Bal oldalon lévő szám	1		4%	4%	2%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	2	6%		5%	1%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	3	1%	4%		2%	0%	1%	1%	0%	0%	0%
	4	2%	1%	1%		5%	2%	2%	0%	1%	1%
	5	1%	0%	2%	4%		2%	1%	0%	0%	0%
	6	0%	0%	1%	2%	4%		7%	1%	3%	3%
	7	0%	0%	0%	2%	2%	6%		7%	2%	2%
	8	0%	0%	0%	1%	0%	1%	2%		4%	4%
	9	0%	0%	0%	0%	0%	0%	1%	4%		4%

		Jobb oldalon lévő szám									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Bal oldalon lévő szám	1		2%	1%	1%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	2	4%		5%	1%	1%	0%	2%	2%	0%	0%
	3	0%	5%		5%	2%	2%	0%	1%	2%	2%
	4	0%	2%	2%		1%	1%	3%	0%	0%	0%
	5	0%	2%	4%	4%		13%	8%	4%	0%	0%
	6	0%	0%	0%	8%	19%		8%	0%	0%	0%
	7	0%	1%	0%	1%	4%	6%		13%	0%	0%
	8	0%	0%	1%	0%	4%	10%	13%		19%	19%
	9	0%	0%	2%	0%	8%	0%	4%	0%		0%

**Reakcióidő**

**(ms)**

		Jobb oldalon lévő szám									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Bal oldalon lévő szám	1		1274	1196	1026	989	926	1088	844	810	810
	2	1283		1309	1275	1163	1153	1085	1000	885	885
	3	1270	1432		1591	1292	1261	1141	1022	888	888
	4	1176	1354	1556		1381	1328	1202	1024	887	887
	5	1066	1225	1326	1502		1387	1211	1124	908	908
	6	998	1134	1278	1343	1358		1435	1240	956	956
	7	1075	1153	1230	1237	1247	1463		1229	960	960
	8	945	1003	1009	1147	1040	1288	1179		1008	1008
	9	782	825	821	823	780	885	846	911		911

		Jobb oldalon lévő szám									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Bal oldalon lévő szám	1		856	815	822	811	817	800	784	737	737
	2	926		1206	1127	1168	1174	1117	937	885	885
	3	880	1234		1451	1287	1322	1190	1094	924	924
	4	923	1191	1411		1508	1461	1270	1222	896	896
	5	882	1171	1359	1484		1756	1362	1113	994	994
	6	871	1241	1299	1202	1845		1569	1184	1037	1037
	7	818	1054	1237	1362	1370	1554		1342	1037	1037
	8	843	937	989	1257	1169	1131	1272		1002	1002
	9	770	819	860	847	935	1274	1150	1098		1098

3. ábra A két modell predikciója a szimbólumok gyakoriságának manipulációjára vonatkozóan a 2. kísérletben, illetve a hibaarány és reakcióidő eredmények a teljes ingertérben. Az oszlopok a jobb oldalon bemutatott számot jelzik, a sorok a bal oldalon bemutatott számot, a cellák pedig a teljesítményt. A sötétebb árnyalat rosszabb teljesítményt jelez.

## 2. tézis tanulmány

### A szimbolikus numerikus távolsághatás nem tükrözi a számok különbségét

A tanulmány fókuszában a távolsághatás forrásának felkutatása áll, és a célja az volt, hogy megvizsgálja egy új, mesterséges számjelölésben vajon a távolsághatás a számok értékeiből származik-e vagy a „kicsi-nagy” tulajdonságokkal való asszociációkból. Az AMR a számok reprezentációi különböző mértékű átfedésével magyarázza meg a hatást, amíg a DSZR keretében két lehetőség van: 1) értékben közeli számok erősebb kapcsolatokat képeznek egymással, és az egyik aktivációja áterjed a másikra, és 2) a számok különböző asszociációkat képeznek a „kicsi-nagy” tulajdonságokkal. Az indo-arab számokban az értékek és az asszociációk magasan korrelálnak a mindennapi tapasztalat következményeként. Egy új számjelölésben az értékek és az asszociációk egymástól függetlenül manipulálhatók: Csak bizonyos számok esetében tanítunk új szimbólumokat, rést képezve a sorozatban (pl. 3 és 7 szomszédok lesznek). Ha az új szimbólumokat érték alapján hasonlítjuk össze, akkor a teljesítmény a rés körül nem változik (pl. a teljesítmény a 3-7 számpár esetében ugyanaz mint 4 egységnyi távolságra). Ha asszociációkat képeznek, akkor a rés eltűnik (pl. a teljesítmény a 3-7 számpár esetében ugyanaz mint 1 egységnyi távolságra). Ez a szembeállítás csak akkor lehetséges, ha a távolsághatás jelölésfüggő, különben az új szimbólumok az indo-arab számok tulajdonságait veszik át.

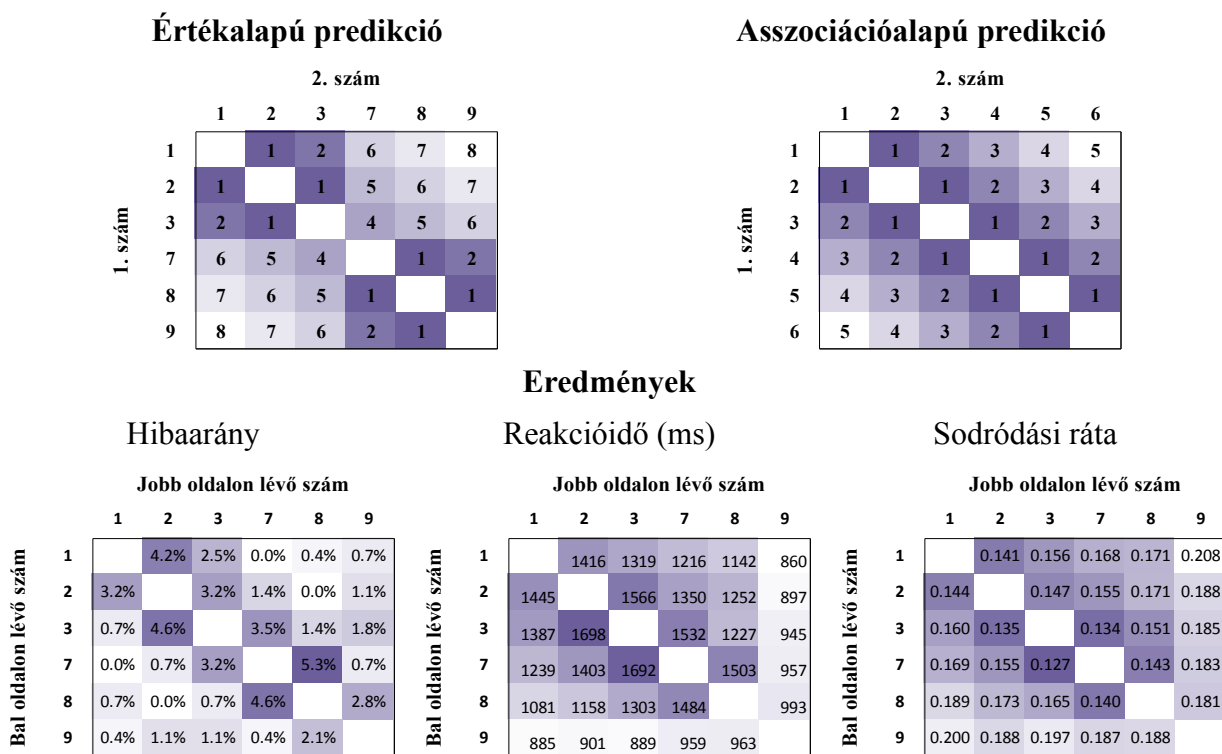
Tizenkilenc résztvevő (16 nő,  $M=22.2$  év,  $SD=4.6$ ) adatait elemeztük. A résztvevők új szimbólumokat tanultak az 1, 2, 3, 7, 8 és 9 számokra, és ezután összehasonlítottak minden lehetséges számpárt. Ugyanezt a kísérletet megismételtük 32 résztvevővel (3 férfi,  $M=21.0$  év).

Minden résztvevőre a teljes ingertérben átlag hibaaarányt, reakcióidőt és sodródási rátát számoltunk ki (4. ábra). Az értékalapú és az asszociációalapú modelleket specifikáltuk, és a csoportátlagra, valamint az egyéni adatokra illesztettük. A reakcióidő és a sodródási ráta esetében az asszociációs alapú modell jobban magyarázta meg a kísérleti adatokat, mint az értékalapú modell, és ez a különbség szignifikáns volt az egyéni adatokra való illesztés jóságát ( $R^2$ ) illetően. A megismétlő kísérletben a reakcióidő és a sodródási ráta eredmények hasonlóak voltak az eredeti kísérletéhez, de a különbség nem volt statisztikailag szignifikáns. A hibaaarányra illesztve, az értékalapú modell jobbnak bizonyult, mint az asszociációalapú modell. A mini metaanalízis, amely az eredeti kísérletet, a megismétlő kísérletet és 3. tézis tanulmány kísérletet foglalta magába, az asszociációalapú modell egyértelmű előnyét mutatta ki reakcióidő és sodródási ráta



esetében, míg a hibaaányokkal kapcsolatos eredmények kétértelműek voltak. Mivel a reakcióidő adatokat megbízhatóbbnak és érzékenyebbnek vélik a hibaaánnyal szemben, és mivel a sodródási ráta érzékenyebb mérőeszköze a feladat nehézségének (Wagenmakers et al., 2007), a reakcióidő és a sodródási ráta megbízható hatást tükröz az összehasonlítási feladatban.

Összefoglalva, mesterséges számjelölésben kihagyott számokkal a távolsághatás a számok és a „kicsi-nagy” tulajdonságok közötti asszociációkkal magyarázható jobban. A távolsághatás és a nagysághatás disszociált: A nagysághatás nem volt jelen, ami a számok egyenlő gyakorisággal történő bemutatásának köszönhető, így megismételve az 1. tézis tanulmány eredményeit. Az új szimbólumok nem vették fel az indo-arab számok tulajdonságait, amely megerősíti azt a feltevést, hogy a távolsághatás jelölésfüggő. Az eredmények összhangban vannak az alternatív asszociációalapú DSZR magyarázattal, amely szerint a távolsághatást a számok és a „kicsi-nagy” csomópontjai közötti asszociációk vezérlik.



4. ábra Az értékalapú és az asszociációalapú modellek predikciói a távolsághatásra, illetve a hibaaány, reakcióidő és sodródási ráta eredmények az eredeti kísérletben a teljes ingertérben. Az oszlopok a jobb oldalon bemutatott számot jelzik, a sorok a bal oldalon bemutatott számot, a cellák pedig a teljesítményt. A sötétebb árnyalat rosszabb teljesítményt jelez.

### 3. tézis tanulmány

## Az indo-arab számok távolsághatása a feladat válaszstatistikáiból származik

A jelen kutatás célja a távolsághatás és a nagysághatás változásának vizsgálata az összehasonlítási feladatban, ezúttal indo-arab számoknál. A 2. tézis tanulmányban azt feltételeztük, hogy az indo-arab számok asszociációi stabilak a mindennapi használatuk miatt, de ezt a feltételezést még nem tesztelték. Továbbá, ugyanez elmondható a nagysághatásról is, amely megfigyelhető, amikor indo-arab számokat hasonlítunk össze és a számokat egyenlő gyakorisággal mutatjuk be, de még nem tanulmányozták, hogy vajon csökken-e vagy eltűnik-e egy hosszabb ülés alatt. Ebben a kutatásban azt vizsgáltuk, hogy 1) a távolsághatás változik-e, amikor a számok és a „kicsi-nagy” tulajdonságok közötti asszociációk gyakoriságot megváltoztatjuk, és 2) a nagysághatás csökken-e fokozatosan az ülés alatt abban az esetben, amikor a számokat egyenlő gyakorisággal mutatjuk be.

Húsz résztvevő (16 nő,  $M=20.15$  év,  $SD=2.28$ ) adatait elemeztük. A kísérletben csak az összehasonlítási feladat szerepelt, amiben a résztvevők az 1, 2, 3, 7, 8 és 9 számok által képzett összes számpárt hasonlították össze. A feladat három blokkból épült fel, a blokkok pedig 10 próbából számpáronként, ami összesen 30 próbát eredményezett számpáronként, vagyis ebben a vizsgálatban nagyobb volt a próbaszám, mint a korábbi kísérleteinkben.

Átlag hibaarányt, reakcióidőt és sodródási rátát számoltunk ki minden résztvevőre a teljes ingertérben (5. ábra). Az értékalapú és az asszociációalapú modellt távolsághatás regresszorral és nagysághatás regresszorral írtuk le, és a csoportátlaghoz, valamint az egyéni adatokra illesztettük. A két modellt a teljes ülés adatai alapján hasonlítottuk össze. Mindegyik esetben az asszociációalapú modell jobban magyarázta a kísérleti adatokat mint az értékalapú modell, és a különbség statisztikailag szignifikáns volt ( $R^2$  az egyéni adatokra). Mivel a kutatás egyik fontos kérdése az volt, hogy a változás az asszociációkban fokozatos-e, az illesztés jóságát a három blokkra külön-külön számoltuk ki. Az eredmények szerint az asszociációalapú modell előnye végig megfigyelhető volt minden blokkban hasonló módon. Mivel a számokat egyenlő gyakorisággal mutattuk be az ülés alatt, a nagysághatás meredekségét a 0-tól való eltérésre teszteltük, és azt találtuk, hogy a nagysághatás jelen volt a hibaarány, reakcióidő és sodródási ráta esetében az egész ülés alatt, és nem változott a feladat haladásával.

Összefoglalva, az adatok megerősítették azt, hogy az asszociációalapú modell jobban magyarázza a teljesítményt az összehasonlítási feladatban, mint az értékalapú modell, továbbá ez az előny már az ülés elején megfigyelhető. A távolsághatás rugalmas még a túltanult indo-arab számjelölés esetében is. Az új, mesterséges szimbólum jelölésnél kapott hasonló eredményeket megismételtük, így tovább erősítve azt, hogy az új szimbólumokat és az indo-arab számokat hasonlóan dolgozzuk fel. A nagysághatás viszont viszonylag stabil maradt a numerikus összehasonlítási feladatban. A távolsághatás és a nagysághatás egymástól függetlenül változtak, ami alapján arra következtethetünk, hogy egymástól független forrásokból származnak. Az eredmények összhangban vannak az 1. és 2. tézis tanulmányok eredményeivel és a DSZR modellel.

### Értékalapú predikció

		2. szám					
		1	2	3	7	8	9
1. szám	1		0.30	-0.29	-0.99	-1.05	-1.08
	2	0.30		0.50	-0.71	-0.79	-0.85
	3	-0.29	0.50		-0.39	-0.51	-0.59
	7	-0.99	-0.71	-0.39		1.50	0.91
	8	-1.05	-0.79	-0.51	1.50		1.70
	9	-1.08	-0.85	-0.59	0.91	1.70	

### Asszociációalapú predikció

		2. szám					
		1	2	3	7	8	9
1. szám	1		0.30	-0.29	-0.30	-0.49	-0.61
	2	0.30		0.50	0.21	-0.10	-0.29
	3	-0.29	0.50		1.00	0.41	0.10
	7	-0.30	0.21	1.00		1.50	0.91
	8	-0.49	-0.10	0.41	1.50		1.70
	9	-0.61	-0.29	0.10	0.91	1.70	

### Eredmények

#### Hibaaarány

		Jobb oldalon lévő szám					
		1	2	3	7	8	9
Bal oldalon lévő szám	1		0.7%	0.8%	0.2%	0.3%	0.0%
	2	0.8%		3.2%	3.0%	0.5%	0.5%
	3	0.3%	2.2%		4.8%	1.2%	0.5%
	7	0.3%	1.5%	5.5%		4.2%	3.2%
	8	0.3%	0.5%	0.5%	6.8%		5.3%
	9	0.3%	0.8%	0.7%	2.8%	6.5%	

#### Reakcióidő (ms)

		Jobb oldalon lévő szám					
		1	2	3	7	8	9
Bal oldalon lévő szám	1		630	617	549	547	537
	2	625		680	620	573	571
	3	605	657		651	606	588
	7	565	620	659		658	621
	8	548	578	600	697		674
	9	545	575	590	635	683	

#### Sodródási ráta

		Jobb oldalon lévő szám					
		1	2	3	7	8	9
Bal oldalon lévő szám	1		0.292	0.294	0.352	0.351	0.367
	2	0.287		0.279	0.291	0.352	0.344
	3	0.291	0.292		0.264	0.313	0.321
	7	0.342	0.288	0.255		0.269	0.279
	8	0.344	0.320	0.315	0.227		0.251
	9	0.353	0.331	0.316	0.281	0.251	

5. ábra Az értékalapú és az asszociációalapú modellek predikciói a távolsághatásra, illetve a hibaaarány, reakcióidő és sodródási ráta eredmények a teljes ingertérben. Az oszlopok a jobb oldalon bemutatott számot jelzik, a sorok a bal oldalon bemutatott számot, a cellák pedig a teljesítményt. A sötétebb árnyalat rosszabb teljesítményt jelez.

## 4. tézis tanulmány

### Az indo-arab számok numerikus nagysághatásának két komponense

A kutatás célja annak vizsgálata, hogy a szimbolikus számok nagysághatása manipulálható-e a távolsághatáshoz hasonlóan a numerikus összehasonlítási feladat közben a gyakoriság változtatásával, amellyel a résztvevők tapasztalják a számokat. A távolsághatás változtatható volt egy ülésen belül, ezért lehetséges, hogy ha megváltoztatjuk a gyakoriságot, amellyel bemutatjuk a számokat a résztvevőknek, akkor a nagysághatás eltűnik vagy akár megfordul. Az 1. tézis tanulmányban már kimutattuk, hogy mesterséges számok esetében a nagysághatás nem jelenik meg, ha a számok gyakorisága egyenletes a feladatban, de megjelenik a ferde gyakoriság esetében. Az indo-arab számok esetében ezt a ferde gyakoriságot a mindennapokban megtapasztaljuk (Dehaene & Mehler, 1992), azonban, a rugalmasságát még nem vizsgálták meg. A 4. tézis tanulmányban a kísérletet három feltétellel terveztük meg: mindennapi (az 1 a leggyakoribb szám, a 9 a legritkább), fordított mindennapi (fordítva) és egyenlő (minden számot ugyanannyiszor látták). Ha a nagysághatás rugalmas a számok gyakorisága függvényében, akkor a nagysághatás jelen lesz a mindennapi gyakoriság feltételben, eltűnik az egyenlő gyakoriság feltételben, és megfordul a fordított mindennapi gyakoriság feltételben. A 3. tézis tanulmányhoz hasonlóan magasabb volt a próbák száma, amiket három blokkba osztottunk szét, hogy megfigyeljük a lehetséges fokozatos változást a nagysághatásban.

Negyvenhat résztvevő (35 nő,  $M=21.02$  év,  $SD=2.37$ ) adatait elemeztük. Tizenhárom résztvevő (8 nő,  $M=20.31$  év,  $SD=1.14$ ) volt a mindennapi gyakoriság feltételben, 11 (8 nő,  $M=21.64$  év,  $SD=2.57$ ) az egyenlő gyakoriság feltételben, és 22 (19 nő,  $M=21.14$  év,  $SD=2.68$ ) a fordított mindennapi gyakoriság feltételben. Megismétlő kutatást is végeztünk 29 résztvevővel (18 nő,  $M=21.28$  év,  $SD=1.98$ ), akik közül 9 résztvevő (3 nő,  $M=22.2$  év,  $SD=1.69$ ) volt a mindennapi gyakoriság feltételben, 10 résztvevő (6 nő,  $M=21.6$  év,  $SD=1.63$ ) az egyenlő gyakoriság feltételben és 10 résztvevő (9 nő,  $M=20.1$  év,  $SD=1.97$ ) a fordított mindennapi gyakoriság feltételben.

Csak az összehasonlítási feladatot alkalmaztuk a kutatásban. A résztvevők az indo-arab számokból képzett összes lehetséges számpárt hasonlították össze 1-től 9-ig három blokkban. A mindennapi gyakoriság és a fordított mindennapi gyakoriság feltételben a számok bemutatásának gyakorisága a szám<sup>-1</sup> volt (Dehaene & Mehler, 1992).

Átlag hibarányt, reakcióidőt és sodródási rátát számoltunk ki minden résztvevőre a teljes ingertérben (6. ábra). A nagyságghatás meredekségét illetően a 0-tól való eltérést teszteltük, valamint a feltételek közötti különbségeket. A meredekség a mindennapi gyakoriság feltételben volt a legnagyobb, csökkent az egyenlő gyakoriság feltételben, és a fordított mindennapi gyakoriság feltételben volt a legkisebb. A csökkenés már az ülés elején megfigyelhető volt, és nem volt változás a blokkok között. A nagyságghatás nem tűnt el vagy fordult meg az egyenlő gyakoriság vagy a fordított mindennapi gyakoriság feltételben, vagyis a meredeksége minden feltételben és az egész ülés alatt szignifikánsan eltért a 0-tól. Hasonló eredményeket kaptunk a megismétlő kísérletben is.

Az eredmények azt mutatják, hogy a nagyságghatás valamennyire stabil marad az ülés alatt. Azonban, a kísérleti manipuláció hatással van rá. Egy lehetséges magyarázat az, hogy a nagyságghatás két komponensből áll. Az egyik rugalmas és változhat az ülés alatt. Ez a komponens konzisztens a DSZR modellel. A második komponens stabil, és magyarázható az AMR modellel és a DSZR modellel is. Mivel a korábbi eredmények arra utalnak, hogy a DSZR a szimbolikus számok mögötti mechanizmus, valószínűbb, hogy a stabil komponens a számok mindennapi gyakorisága.



## Diszkusszió

A tanulmányokban szisztematikusan vizsgáltuk a szimbolikus numerikus távolsághatás és nagysághatás lehetséges forrásait, valamint azt, hogy melyik modellel vannak összhangban az eredmények: az AMR-rel vagy a DSZR-rel. A disszertáció céljait követve:

1. A közvetlen összehasonlítás eredményei kétértelműek voltak azzal kapcsolatban, hogy melyik modell adja jobb leírását az adatoknak, de bizonyítékot szolgáltatott arra, hogy a DSZR egy lehetséges alternatív modell (1. tézis tanulmány, 1. kísérlet);
2. A számok gyakoriságának manipulálása elegendő volt a nagysághatás előidézéséhez, amely csak a ferde gyakoriság feltételben jelent meg. Ezek alapján feltételezhető, hogy a gyakoriság a nagysághatás forrása új, mesterséges számok esetében (1. tézis tanulmány, 2. és 3. kísérlet);
3. Az asszociációalapú modell jobban illeszkedett az adatokhoz, így a számok és a „kicsi-nagy” tulajdonságok közötti asszociációk a távolsághatás forrása az összehasonlítási feladatban új, mesterséges számok esetében (2. tézis tanulmány);
4. Az asszociációalapú modell jobban illeszkedett az adatokhoz, így a számok és a „kicsi-nagy” tulajdonságok közötti asszociációk a távolsághatás forrása az összehasonlítási feladatban indo-arab számok esetében (3. tézis tanulmány);
5. A számok gyakoriságának manipulációja megváltoztatta, de nem tüntette el a nagysághatást a numerikus összehasonlítási feladatban az indo-arab számok esetében. A gyakoriság hozzájárul a nagysághatáshoz rugalmas komponensként, és lehetséges, hogy a mindennapi gyakoriság megmagyarázhatja a stabil komponenst (3. és 4. tézis tanulmányok);
6. A távolsághatás és a nagysághatás egymástól függetlenül változtak a kísérleti manipulációk eredményeként, vagyis disszociálódnak (az összes tézis tanulmány);
7. Általánosabban, a távolsághatás és a nagysághatás a DSZR jóslatának és nem az AMR jóslatának megfelelően változott a kísérleti manipulációk eredményeként. Ennek fényében a DSZR a szimbolikus numerikus feldolgozás jobb modellje.

Összefoglalva, a távolsághatás a számok és a „kicsi-nagy” tulajdonságok közötti asszociációkból származik, míg a nagysághatás a számok gyakoriságából. Ráadásul a két hatás egymástól függetlenül változott, vagyis disszociálódnak. Az eredmények konzisztensek a DSZR-rel, de inkonzisztensek az AMR-rel a szimbolikus numerikus megismerést illetően. További bizonyíték jelent meg az utóbbi években, amely támogatja egy különálló rendszer létezését a szimbolikus numerikus megismerés esetében, pl. a SNARC hatás forrása valószínűleg diszkrét

tulajdonságok interferenciájának köszönhető (Krajcsi, Lengyel, & Laczkó, 2018; Landy, Jones, & Hummel, 2008), a szimbolikus összehasonlításban mutatott teljesítmény jobb jelzője a matematikai teljesítménynek mint a nem szimbolikus összehasonlításban mutatott teljesítmény (Holloway & Ansari, 2009; Sasanguie, Defever, Maertens, & Reynvoet, 2014; Sasanguie, Göbel, Moll, Smets, & Reynvoet, 2013), neurológiai kutatások szerint a szimbolikus és nem szimbolikus számok reprezentációja elkülönül (Bulthé, De Smedt, & Op de Beeck, 2014; Bulthé, De Smedt, & Op de Beeck, 2015). Ezek a kutatások összhangban vannak a DSZR modellel, valamint annak keretében magyarázhatóak.

Módszertani szempontból a teljes ingerter, egy adat-vezérelt megközelítés alkalmazása, alkalmasabbnak bizonyult adatelemzési módszerként a hagyományos megközelítéssel szemben, pl. lehetséges volt a több regresszor együttes használata, megmutattuk azt, hogy az eredményeinkben megfigyelhető szisztematikus mintázatok nem csak műtermékek. A sodródási ráta ismételt az összehasonlítási feladatban mért teljesítmény legérzékenyebb jelzőjének bizonyult, eszerint a diffúzió modell elemzés használata további támogatást nyert. Néhány további módszertani pont a távolsághatás regresszor és a végponthatás kezelése volt.

Összefoglalva, a tanulmányok támogatják a DSZR modellt a szimbolikus numerikus megismerés esetében. A DSZR alulspecifikált modell, mivel olyan modellekre támaszkodik, amelyek magasabb szintű kognitív (talán lingvisztikai) funkciókat írnak le, így a kvantitatív leírása kevésbé elérhető. Mindazonáltal ez egy átfogó, összefüggő magyarázat, amelynek előzményei megtalálhatóak a szakirodalomban, meg tudja magyarázni az összes releváns szimbolikus numerikus hatást és jelenséget legalább ugyanolyan jól, mint az AMR, és általában jobb magyarázattal szolgál, ahogyan például a jelenlegi kutatásokban látható, valamint képes tesztelhető hipotéziseket felállítani nem csak az AMR-rel szemben, hanem a saját hipotetikus tulajdonságai szembeállítására, amely pontosabb leírást tesz lehetővé. A távolság- és nagysághatással kapcsolatos eredmények a tézis tanulmányokban egy további lépést jelentenek a DSZR pontosabb leírása felé.

A jelenlegi eredmények implikációi közé tartozik a szimbolikus numerikus megismerés területén végzett eddigi kutatásainak újraértékelése és esetleges újraértelmezése. Továbbá, a szimbolikus numerikus feldolgozással kapcsolatban felhalmozódott tudás alkalmazható a nyelv esetében is (pl. a környezeti statisztika tanulása). A gyakorlatban való alkalmazása megcélozhatja a matematika oktatását, valamint az intervenciót matematikai nehézségekkel küzdő gyerekek és felnőttek esetében.



## Tézis tanulmányok

1. tézis tanulmány: Krajcsi, A., Lengyel, G., & Kojouharova, P. (2016). The source of the symbolic numerical distance and size effects. *Frontiers in psychology*, 7, 1795.  
<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.01795>
2. tézis tanulmány: Krajcsi, A., & Kojouharova, P. (2017). Symbolic numerical distance effect does not reflect the difference between numbers. *Frontiers in psychology*, 8, 2013.  
<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.02013>
3. tézis tanulmány: Kojouharova, P., & Krajcsi, A. (2018). The Indo-Arabic distance effect originates in the response statistics of the task. *Psychological research*, 1-13.  
<https://doi.org/10.1007/s00426-018-1052-1>
4. tézis tanulmány: Kojouharova, P., & Krajcsi, A. (2019). Two components of the Indo-Arabic numerical size effect. *Acta psychologica*, 192, 163-171.  
<https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2018.11.009>

## Irodalomjegyzék

- Bulthé, J., De Smedt, B., & Op de Beeck, H. P. (2014). Format-dependent representations of symbolic and non-symbolic numbers in the human cortex as revealed by multi-voxel pattern analyses. *NeuroImage*, *87*, 311–322.  
<https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2013.10.049>
- Bulthé, J., De Smedt, B., & Op de Beeck, H. P. (2015). Visual Number Beats Abstract Numerical Magnitude: Format-dependent Representation of Arabic Digits and Dot Patterns in Human Parietal Cortex. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *27*(7), 1376–1387.  
[https://doi.org/10.1162/jocn\\_a\\_00787](https://doi.org/10.1162/jocn_a_00787)
- Cantlon, J. F., Platt, M. L., & Brannon, E. M. (2009). Beyond the number domain. *Trends in Cognitive Sciences*, *13*(2), 83–91. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2008.11.007>
- Dehaene, S. (2007). Symbols and quantities in parietal cortex: Elements of a mathematical theory of number representation and manipulation. In P. Haggard, Y. Rossetti, & M. Kawato (Eds.), *Sensorimotor foundations of higher cognition: Vol. XXII* (pp. 527–574). Harvard University Press.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *44*(1–2), 1–42.  
[https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90049-N](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90049-N)
- Dehaene, S., & Mehler, J. (1992). Cross-linguistic regularities in the frequency of number words. *Cognition*, *43*(1), 1–29. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90030-L](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90030-L)
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, *8*(7), 307–314. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2004.05.002>
- Hauser, M. D., & Spelke, E. (2004). Evolutionary and developmental foundations of human knowledge: a case study of mathematics. In M. S. Gazzaniga (Ed.), *Cognitive Neurosciences* (3rd ed., pp. 853–864). Cambridge, MA: MIT Press.
- Holloway, I. D., & Ansari, D. (2009). Mapping numerical magnitudes onto symbols: The numerical distance effect and individual differences in children’s mathematics

- achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(1), 17–29.  
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.04.001>
- Kojouharova, P., & Krajcsi, A. (2018). The Indo-Arabic distance effect originates in the response statistics of the task. *Psychological Research*. <https://doi.org/10.1007/s00426-018-1052-1>
- Kojouharova, P., & Krajcsi, A. (2019). Two components of the Indo-Arabic numerical size effect. *Acta Psychologica*, 192, 163–171. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2018.11.009>
- Krajcsi, A. (2016). Numerical distance and size effects dissociate in Indo-Arabic number comparison. *Psychonomic Bulletin & Review*. <https://doi.org/10.3758/s13423-016-1175-6>
- Krajcsi, A., & Kojouharova, P. (2017). Symbolic Numerical Distance Effect Does Not Reflect the Difference between Numbers. *Frontiers in Psychology*, 8.  
<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.02013>
- Krajcsi, A., Lengyel, G., & Kojouharova, P. (2016). The Source of the Symbolic Numerical Distance and Size Effects. *Frontiers in Psychology*, 7.  
<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.01795>
- Krajcsi, A., Lengyel, G., & Laczkó, Á. (2018). Interference Between Number Magnitude and Parity: Discrete Representation in Number Processing. *Experimental Psychology*, 65(2), 71–83. <https://doi.org/10.1027/1618-3169/a000394>
- Landy, D. H., Jones, E. L., & Hummel, J. E. (2008). Landy et al 2008 - Why Spatial-Numeric Associations Aren't Evidence for a Mental Number Line. *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, 30, 357–362. Retrieved from <https://escholarship.org/uc/item/56f5w2k1>
- Leth-Steensen, C., & Marley, A. A. J. (2000). A model of response time effects in symbolic comparison. *Psychological Review*, 107(1), 62–100. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.107.1.162>
- Moyer, R. S., & Landauer, T. K. (1967). Time required for Judgements of Numerical Inequality. *Nature*, 215(5109), 1519–1520. <https://doi.org/10.1038/2151519a0>

- Pica, P., Lemer, C., Izard, V., & Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science (New York, N.Y.)*, *306*(5695), 499–503.  
<https://doi.org/10.1126/science.1102085>
- Ratcliff, R., & McKoon, G. (2008). The Diffusion Decision Model: Theory and Data for Two-Choice Decision Tasks. *Neural Computation*, *20*(4), 873–922.  
<https://doi.org/10.1162/neco.2008.12-06-420>
- Sasanguie, D., Defever, E., Maertens, B., & Reynvoet, B. (2014). The Approximate Number System is not Predictive for Symbolic Number Processing in Kindergarteners. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, *67*(2), 271–280.  
<https://doi.org/10.1080/17470218.2013.803581>
- Sasanguie, D., Göbel, S. M., Moll, K., Smets, K., & Reynvoet, B. (2013). Approximate number sense, symbolic number processing, or number–space mappings: What underlies mathematics achievement? *Journal of Experimental Child Psychology*, *114*(3), 418–431.  
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.10.012>
- Smith, P. L., & Ratcliff, R. (2004). Psychology and neurobiology of simple decisions. *Trends in Neurosciences*, *27*(3), 161–168. <https://doi.org/10.1016/j.tins.2004.01.006>
- Verguts, T., Fias, W., & Stevens, M. (2005). A model of exact small-number representation. *Psychonomic Bulletin & Review*, *12*(1), 66–80. <https://doi.org/10.3758/BF03196349>
- Verguts, T., & Van Opstal, F. (2014). A delta-rule model of numerical and non-numerical order processing. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, *40*(3), 1092–1102. <https://doi.org/10.1037/a0035114>
- Vigliocco, G., Vinson, D. P., Damian, M. F., & Levelt, W. (2002). Semantic distance effects on object and action naming. *Cognition*, *85*(3), B61–B69. [https://doi.org/10.1016/S0010-0277\(02\)00107-5](https://doi.org/10.1016/S0010-0277(02)00107-5)
- Wagenmakers, E.-J., Van Der Maas, H. L. J., & Grasman, R. P. P. P. (2007). An EZ-diffusion model for response time and accuracy. *Psychonomic Bulletin & Review*, *14*(1), 3–22.  
<https://doi.org/10.3758/BF03194023>